UNIVERSITEIT GENT

FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE

Examen: STATISTIEK voor bedrijfskundigen I — Bachelor handelswetenschappen

Academiejaar: 2015-2016 — **Zittijd**: 1

FAMILIENAAM: MODELOPLOSSING

Voornaam: versie roze / groen

Studentennummer: .....

Volgnr.: .....

Vraag	Behaalde punten	Op
1		10
2		6
3		9
4		10
5		7
6		8
Totaal		50

KRUIS AAN WAT VAN TOEPASSING IS:

Ik volg:

- ☐ het modeltraject
- ☐ een geïndividualiseerd traject (GIT)

ALGEMENE RICHTLIJNEN VOOR HET MAKEN VAN HET EXAMEN:

- ☞ Duur van het examen: 2u30.
- ☞ Controleer of deze opgavenbundel compleet is door de paginanummering na te kijken.
- ☞ Voor de definitieve antwoorden gebruik je deze bundel en voor kladberekeningen het blank papier. Scheid bij het afgeven zorgvuldig het net van het klad.
- ☞ Noteer steeds je naam op elk beschreven kladblad.
- ☞ Het gebruik van een zakrekenmachine is NIET toegelaten. Laat getallen die je zonder rekenmachine niet kan berekenen gewoon staan (zoals bijvoorbeeld $(0{,}3)^{10}$, $\sqrt{15}$, etc.).
- ☞ *Een eindresultaat zonder verklarende argumenten of berekeningen wordt niet gehonoreerd, zelfs indien dit resultaat correct is.*
- ☞ Bij het afgeven onderteken je de aanwezigheidslijst. Jouw volgnummer noteer je op de voorziene plaats hierboven op dit blad.

1. [10 ptn] **Juist of fout?** Vul in met "juist" of "fout".

De score op deze vraag wordt toegekend aan de hand van de volgende tabel:

Aantal correct beantwoorde items	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Score	0	1	1	2	3	3	4	5	6	8	10

1) De uitkomstenverzameling van een discrete stochastische variabele is eindig. 1) ____

2) Gegevens gemeten op een ratioschaal bezitten de eigenschap dat gelijke verschillen in waarden wijzen op gelijke verschillen in het bestudeerde kenmerk. 2) ____

3) Voor twee gebeurtenissen A en B geldt $P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. 3) ____

4) Het kanshistogram van een binomiale stochastische variabele met $p = 0{,}25$ is scheef met een lange staart aan de rechterzijde. 4) ____

5) Als x binomiaal verdeeld is met $n = 20$, $\mu = 10$ en $\sigma = 2$, dan $P[x \geq 19] \approx P[z > \frac{18{,}5-10}{2}]$, waarbij z standaardnormaal verdeeld is. 5) ____

6) De normale benadering is bruikbaar voor een binomiale variabele met $n = 25$ en $p = 0{,}8$. 6) ____

7) Als in een normaliteitsplot de punten ongeveer op een horizontale lijn liggen, dan is de gegevensverdeling ongeveer normaal verdeeld. 7) ____

8) Een continue stochastische variabele X bezit de eigenschap dat $P[X = a] = 0$ voor elke waarde a. 8) ____

9) De standaardfout van $\bar{x}$ is groter dan de standaardafwijking van x, als $n \geq 2$. 9) ____

10) Het steekproefgemiddelde is bij benadering normaal verdeeld als $n \geq 30$, ook al is de populatieverdeling erg scheef. 10) ____

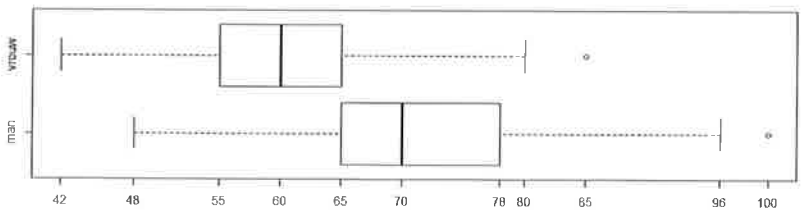
2. (a) [3 ptn] Het gemiddeld rekeningbedrag in een restaurant is €50. Er is geweten dat minstens 75% van de rekeningbedragen tussen €35 en €65 liggen. Kruis aan welke waarde(n) van de standaardafwijking aannemelijk is (zijn) en leg uit waarom.

☐ $s = 6{,}35$ ☒ $s = 7{,}55$ ☒ $s = 8{,}75$

$\bar{X} = 50$ Regel van T : minstens 75% meetwaarden in $[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s]$

De enige s die niet compatibel is met deze regel is 6,35, want er is niet geweten hoeveel meetwaarden in $[50 - 2 \cdot 6{,}35 , 50 + 2 \cdot 6{,}35] = [37{,}3 ; 62{,}7]$ liggen.

(b) [3 ptn] Hieronder vind je de boxplots van de verdeling van de lichaamsgewichten in kg van 180 respondenten (100 mannen en 80 vrouwen) op een enquête:



Juist of fout? Verklaar uw antwoord kort en bondig.

Er zijn evenveel mannen met een lichaamsgewicht tussen 70kg en 78kg als vrouwen met een lichaamsgewicht tussen 60kg en 65kg.

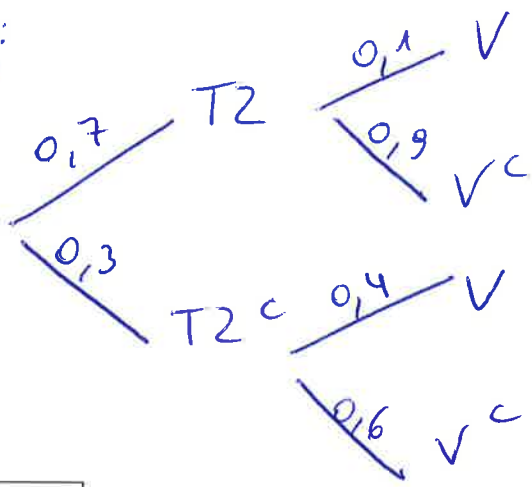
FOUT. * Relatief zijn er wél evenveel M als V in de genoemde intervallen, nl. 25%.

* Absoluut : niet, want $100 \cdot 0{,}25 \neq 80 \cdot 0{,}25$.

3. Aan de Universiteit Gent hebben naar schatting 70% van de bachelorstudenten één of meerdere examens te hernemen in tweede zittijd (de zgn. 'TZ'-studenten). Van de studenten die géén tweede zittijd hebben, doet 40% een vakantiejob in de zomermaanden, terwijl slechts 10% van de TZ-studenten een vakantiejob opneemt. (Noteer 'Vakantiejobstudenten' als 'V'-studenten).

Los de volgende vragen op met correct gebruik van kansnotaties en gebruik genoemde afkortingen voor de gebeurtenissen.

gegevens:



ofwel: $P(TZ) = 0,7$

$P(TZ^c) = 0,3$

$P(V|TZ^c) = 0,4$

$P(V|TZ) = 0,1$

(a) [3 ptn] In de zomermaanden ontmoet je per toeval een bachelorstudent van de UGent. Hoe groot is de kans dat deze student géén vakantiejob opneemt ?

$$P(V^c) = P(TZ \wedge V^c) + P(TZ^c \wedge V^c)$$
$$= P(TZ).P(V^c|TZ) + P(TZ^c).P(V^c|TZ^c)$$
$$= 0,7.0,9 + 0,3.0,6 = \frac{7}{10}\cdot\frac{9}{10} + \frac{3}{10}\cdot\frac{6}{10}$$
$$= \frac{63+18}{100} = \frac{81}{100} = 0,81$$

(b) [3 ptn] Tijdens de Gentse Feesten zie je een bachelorstudent van de UGent een vakantiejob doen. Hoe groot is de kans dat deze student van een tweede zittijd gespaard is gebleven?

$$P(TZ^c|V) = \frac{P(TZ^c \wedge V)}{P(V)} = \frac{P(TZ^c).P(V|TZ^c)}{1-P(V^c)}$$
$$= \frac{0,3.0,4}{1-0,81} = \frac{0,12}{0,19} = \frac{12}{19}$$

(c) [3 ptn] Is het hebben van een vakantiejob afhankelijk van het geslaagd zijn in de eerste zittijd? Leg uit met kansen.

De gebeurtenissen zijn afhankelijk, want

$P(V) \neq P(V|TZ^c)$

$\quad\|\quad\quad\|$

$0,19 \quad\quad 0,4$

ofwel: $P(TZ^c) \neq P(TZ^c|V)$ ofwel $P(V \wedge TZ^c) \neq P(V).P(TZ^c)$

4. Door de economische crisis worden meer en meer facturen door bedrijven en particulieren laattijdig betaald. Een onderzoeksbureau maakte een voorzichtige prognose dat het in België dit jaar om zowat 20% van de openstaande facturen zou gaan. Men neemt een steekproef van 20 facturen.

(a) [4 ptn] Welke concrete onderstellingen dien je te maken opdat het aantal laattijdig betaalde facturen in deze steekproef een binomiale stochastische variabele zou zijn?

1) Het gaat om 20 identieke deelexperimenten, nl. een factuur trekken en nagaan of deze tijdig betaald werd of niet
2) Bij elk deelexperiment zijn er 2 mogelijke uitkomsten: tijdig betaald of niet
3) Elke factuur heeft evenveel kans op laattijdige betaling, nl. 20%
4) Onafhankelijkheid: de laattijdige betaling van de ene factuur heeft geen invloed op eventuele laattijdige betaling van een andere factuur

(b) [3 ptn] Hoe groot is de kans dat meer dan de helft van de facturen uit de steekproef laattijdig betaald werd?

$$P(x > 10) = 1 - P(x \leq 10)$$
$$= 1 - 0,999 = 0,001$$

(c) [3 ptn] Stel dat men bij een eerste steekproeftrekking van 20 facturen vaststelt dat zij allemaal tijdig betaald werden. Is de schatting van het onderzoeksbureau dan eerder optimistisch of pessimistisch?

$P(x = 0) = P(x \leq 0) = 0,012 = 1,2\%$

$\Rightarrow$ kleine kans

$\Rightarrow$ pessimistische schatting !

5. De kosten voor de bouw van een nieuwe ondergrondse parkeergarage met een capaciteit van 2000 plaatsen zijn normaal verdeeld, met $\mu = €100$ miljoen en $\sigma = €5$ miljoen. De Stad Gent heeft een budget van €105 miljoen voorzien voor de aannemer.

(a) [3 ptn] Als de aannemer deze opdracht aanvaardt, hoe groot is dan de kans dat hij winst maakt?

Winst bij $X \leq 105$ € $\quad X =$ kosten

$\mu(X) = 100;\ \sigma(X) = 5$

$X \sim N(100, 5)$

$$P(X \leq 105) = P\left(Z \leq \frac{105-100}{5}\right)$$

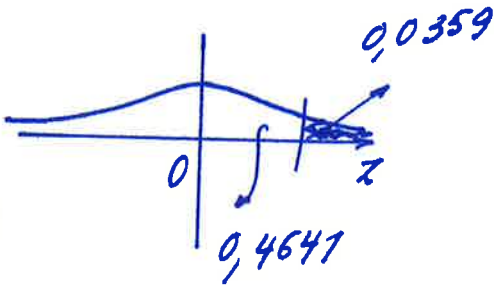
$$= P(Z \leq 1) = \frac{1}{2} + \varphi(1) = \frac{1}{2} + 0{,}3413$$

$$= 0{,}8413$$

(b) [4 ptn] Veronderstel dat de aannemer het risico op verlies wil beperken tot 3,59%, welk bedrag zal de Stad Gent dan op tafel moeten leggen?

Stel a = kosten zodat $P(X \geq a) = 3{,}59\%$

$$P\left(Z \geq \frac{a-100}{5}\right) = 0{,}0359$$



$$\Leftrightarrow \varphi\left(\frac{a-100}{5}\right) = 0{,}4641 = \varphi(1{,}8)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a-100}{5} = 1{,}8 \quad \Leftrightarrow a = 109\ €$$

6. Voor een bepaald type wagen is de leveringstijd normaal verdeeld met $\mu = 108$ dagen en $\sigma = 36$ dagen.

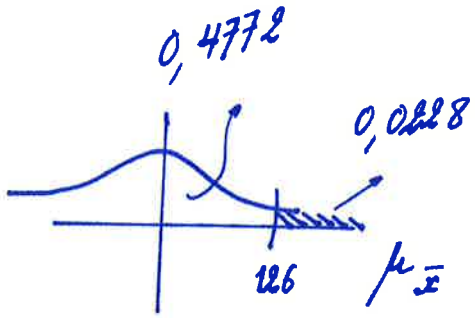
(a) [3 ptn] Beschrijf de vorm en de parameters van de steekproefverdeling van de gemiddelde leveringstijd met $n = 20$.

$\mu_{\bar{x}} \sim N\left(108, \frac{36}{\sqrt{20}}\right)$ $\mu_{\bar{x}}$ normaal verdeeld (klokv.)

(b) [5 ptn] Hoe groot moet de steekproef zijn opdat er hoogstens 2,28% kans is dat de gemiddelde leveringstijd meer is dan 126 dagen?

$\mu_{\bar{x}} \sim N\left(108, \frac{36}{\sqrt{n}}\right)$

$P(\mu_{\bar{x}} \geq 126) = 2{,}28 = 0{,}0228\%$



$\Leftrightarrow P\left(Z \geq \frac{126-108}{\frac{36}{\sqrt{n}}} = \frac{1}{2}\sqrt{n}\right) = 0{,}0228$

108

$\Leftrightarrow \varphi\left(\frac{1}{2}\sqrt{n}\right) = 0{,}4772 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{n} = 2$

$\Leftrightarrow n = 16$

De steekproefgrootte is tenminste 16
of $n \geq 16$

UNIVERSITEIT GENT

FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE

Examen: STATISTIEK voor bedrijfskundigen I

Bachelor handelswetenschappen

Academiejaar: 2015-2016

Zittijd: *1*

FAMILIENAAM: MODELOPLOSSING

Voornaam: versie paars / blauw

Studentennummer: .....

Volgnr.: .....

Vraag	Behaalde punten	Op
1		10
2		6
3		9
4		10
5		7
6		8
Totaal		50

KRUIS AAN WAT VAN TOEPASSING IS:

Ik volg:

- ☐ het modeltraject
- ☐ een geïndividualiseerd traject (GIT)

ALGEMENE RICHTLIJNEN VOOR HET MAKEN VAN HET EXAMEN:

- ☞ Duur van het examen: 2u30.
- ☞ Controleer of deze opgavenbundel compleet is door de paginanummering na te kijken.
- ☞ Voor de definitieve antwoorden gebruik je deze bundel en voor kladberekeningen het blank papier. Scheid bij het afgeven zorgvuldig het net van het klad.
- ☞ Noteer steeds je naam op elk beschreven kladblad.
- ☞ Het gebruik van een zakrekenmachine is NIET toegelaten. Laat getallen die je zonder rekenmachine niet kan berekenen gewoon staan (zoals bijvoorbeeld $(0{,}3)^{10}$, $\sqrt{15}$, etc.).
- ☞ *Een eindresultaat zonder verklarende argumenten of berekeningen wordt niet gehonoreerd, zelfs indien dit resultaat correct is.*
- ☞ Bij het afgeven onderteken je de aanwezigheidslijst. Jouw volgnummer noteer je op de voorziene plaats hierboven op dit blad.

1. [10 ptn] **Juist of fout?** Vul in met "juist" of "fout".

De score op deze vraag wordt toegekend aan de hand van de volgende tabel:

Aantal correct beantwoorde items	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Score	0	1	1	2	3	3	4	5	6	8	10

1) De uitkomstenverzameling van een discrete stochastische variabele is eindig. 1) ____

2) Gegevens gemeten op een ratioschaal bezitten de eigenschap dat gelijke verschillen in waarden wijzen op gelijke verschillen in het bestudeerde kenmerk. 2) ____

3) Voor twee gebeurtenissen A en B geldt $P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. 3) ____

4) Het kanshistogram van een binomiale stochastische variabele met $p = 0{,}25$ is scheef met een lange staart aan de rechterzijde. 4) ____

5) Als x binomiaal verdeeld is met $n = 20$, $\mu = 10$ en $\sigma = 2$, dan $P[x \geq 19] \approx P[z > \frac{18{,}5-10}{2}]$, waarbij z standaardnormaal verdeeld is. 5) ____

6) De normale benadering is bruikbaar voor een binomiale variabele met $n = 25$ en $p = 0{,}8$. 6) ____

7) Als in een normaliteitsplot de punten ongeveer op een horizontale lijn liggen, dan is de gegevensverdeling ongeveer normaal verdeeld. 7) ____

8) Een continue stochastische variabele X bezit de eigenschap dat $P[X = a] = 0$ voor elke waarde a. 8) ____

9) De standaardfout van $\bar{x}$ is groter dan de standaardafwijking van x, als $n \geq 2$. 9) ____

10) Het steekproefgemiddelde is bij benadering normaal verdeeld als $n \geq 30$, ook al is de populatieverdeling erg scheef. 10) ____

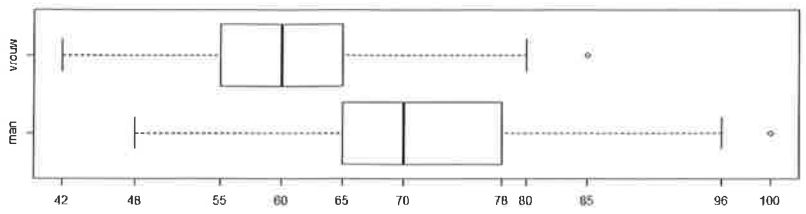
2. (a) [3 ptn] Het gemiddeld rekeningbedrag in een restaurant is €50. Er is geweten dat minstens 75% van de rekeningbedragen tussen €35 en €65 liggen. Kruis aan welke waarde(n) van de standaardafwijking niet aannemelijk is (zijn) en leg uit waarom.

☒ $s = 7{,}35$ ☐ $s = 8{,}55$ ☐ $s = 9{,}75$

$\bar{X} = 50$ Regel van Tsjebysjev: minstens 75% waarden in $[\bar{x}-2s, \bar{x}+2s]$

De enige s die niet compatibel met de RvT is, gegeven het interval $[35, 65]$ is: $s = 7{,}35$.

(b) [3 ptn] Hieronder vind je de boxplots van de verdeling van de lichaamsgewichten in kg van 180 respondenten (80 mannen en 100 vrouwen) op een enquête:



Juist of fout? Verklaar uw antwoord kort en bondig.

Er zijn evenveel mannen met een lichaamsgewicht tussen 70kg en 78kg als vrouwen met een lichaamsgewicht tussen 60kg en 65kg.

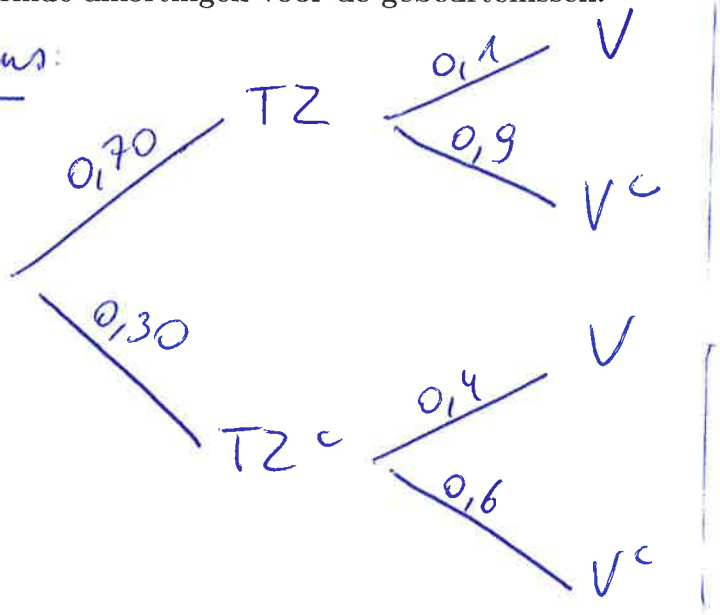
FOUT: * Relatief zijn er wél evenveel M als V in de genoemde intervallen, nl. 25 %

* Absoluut: niet, want $100 \cdot 0{,}25 = 25 \neq 80 \cdot 0{,}25 = 20$

3. Aan de Universiteit Gent hebben naar schatting 70% van de bachelorstudenten één of meerdere examens te hernemen in tweede zittijd (de zgn. 'TZ'-studenten). Van de studenten die géén tweede zittijd hebben, doet 40% een vakantiejob in de zomermaanden, terwijl slechts 10% van de TZ-studenten een vakantiejob opneemt. (Noteer 'vakantiejobstudenten' als 'V'-studenten).

Los de volgende vragen op met correct gebruik van kansnotaties en gebruik genoemde afkortingen voor de gebeurtenissen.

gegevens:



of: $P(TZ) = 0,7$
$P(TZ^c) = 0,3$
$P(V|TZ^c) = 0,4$
$P(V|TZ) = 0,1$

(a) [3 ptn] In de zomermaanden ontmoet je per toeval een bachelorstudent van de UGent. Hoe groot is de kans dat deze student een vakantiejob opneemt ?

$$P(V) = P(TZ \wedge V) + P(TZ^c \wedge V)$$
$$= P(TZ).P(V|TZ) + P(TZ^c).P(V|TZ^c)$$
$$= 0,7 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,4 = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10}$$
$$= \frac{7}{100} + \frac{12}{100} = \frac{19}{100} = 0,19$$

(b) [3 ptn] Tijdens de Gentse Feesten zie je een bachelorstudent van de UGent een vakantiejob doen. Hoe groot is de kans dat deze student nog examens moet afleggen in tweede zittijd ?

$$P(TZ|V) = \frac{P(TZ \wedge V)}{P(V)} = \frac{0,7 \cdot 0,1}{0,19} = \frac{7/100}{19/100} = \frac{7}{19}$$

---

opvel: $P(V \wedge TZ^c) \neq P(V).P(TZ^c)$
opvel: $P(TZ^c|V) \neq P(TZ^c)$

(c) [3 ptn] Is het hebben van een vakantiejob afhankelijk van het geslaagd zijn in de eerste zittijd? Leg uit met kansen.

De gebeurtenissen zijn afhankelijk, want
$P(V) \neq P(V|TZ^c)$
$0,19 \neq 0,4$

4. Door de economische crisis worden meer en meer facturen door bedrijven en particulieren laattijdig betaald. Een onderzoeksbureau maakte een voorzichtige prognose dat het in België dit jaar om zowat 20% van de openstaande facturen zou gaan. Men neemt een steekproef van 20 facturen.

(a) [4 ptn] Welke concrete onderstellingen dien je te maken opdat het aantal laattijdig betaalde facturen in deze steekproef een binomiale stochastische variabele zou zijn?

1) Het gaat om 20 identieke deelexperimenten, nl. een factuur trekken en nagaan of deze tijdig betaald werd of niet
2) Bij elk deelexperiment zijn er 2 mogelijke uitkomsten : tijdig betaald of niet
3) Elke factuur heeft evenveel kans op laattijdige betaling, nl. 20 %
4) Onafhankelijkheid : de laattijdige betaling van de ene factuur heeft geen invloed op eventuele laattijdige betaling van een andere factuur.

(b) [3 ptn] Hoe groot is de kans dat meer dan een kwart van de facturen uit de steekproef laattijdig betaald werd?

$$P(x > 5) = 1 - P(x \leq 5)$$
$$= 1 - 0,804 = 0,196$$
$$= 19,60\ \%$$

(c) [3 ptn] Stel dat men bij een eerste steekproeftrekking van 20 facturen vaststelt dat zij allemaal tijdig betaald werden. Is de schatting van het onderzoeksbureau dan eerder optimistisch of pessimistisch? Motiveer.

$P(x = 0) = 0,012 = 1,2\ \%$

$\Rightarrow$ kleine kans

$\Rightarrow$ pessimistische schatting !!

5. De kosten voor de bouw van een nieuwe ondergrondse parkeergarage met een capaciteit van 1500 plaatsen zijn normaal verdeeld, met $\mu = €80$ miljoen en $\sigma = €5$ miljoen. De Stad Gent heeft een budget van €85 miljoen voorzien voor de aannemer.

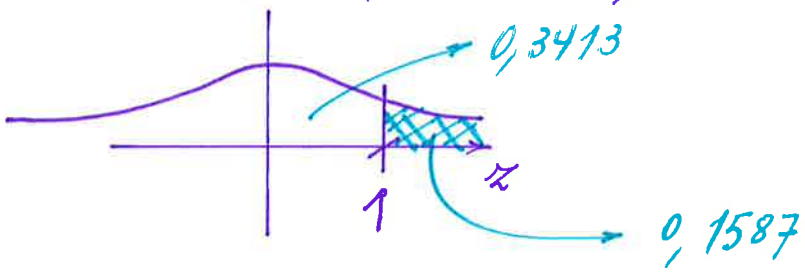
(a) [3 ptn] Als de aannemer deze opdracht aanvaardt, hoe groot is dan de kans dat deze opdracht verlieslatend is?

a

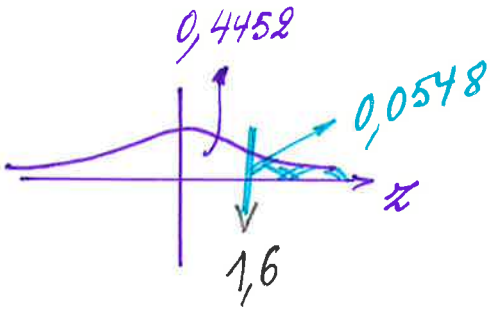
$X \sim N(80, 5)$

$P(x \geq 85) = P\left(Z \geq \frac{85-80}{5} = 1\right) = \frac{1}{2} - \varphi(1)$

$= 0,5 - 0,3413 = 0,1587$



(b) [4 ptn] Veronderstel dat de aannemer het risico op verlies wil beperken tot 5,48%, welk bedrag zal de Stad Gent dan op tafel moeten leggen?



$P(x \geq a) = 0,0548$

$\Leftrightarrow P\left(Z \geq \frac{a-80}{5}\right) = 0,0548$

$\Leftrightarrow \varphi\left(\frac{a-80}{5}\right) = 0,4452$

$\Leftrightarrow \frac{a-80}{5} = 1,6 \Leftrightarrow a = 88$ mlj. €

x = kosten in mlj. €

6. Voor een bepaald type wagen is de leveringstijd normaal verdeeld, met $\mu = 108$ dagen en $\sigma = 36$ dagen.

(a) [3 ptn] Beschrijf de vorm en de parameters van de steekproefverdeling van de gemiddelde leveringstijd met $n = 15$.

Leveringstyd is normaal verdeeld $\Rightarrow \bar{x} \sim N$

$\mu_{\bar{x}} = 108, \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{36}{\sqrt{15}}$

$\bar{x}$ is normaal verd klokvormig symm.

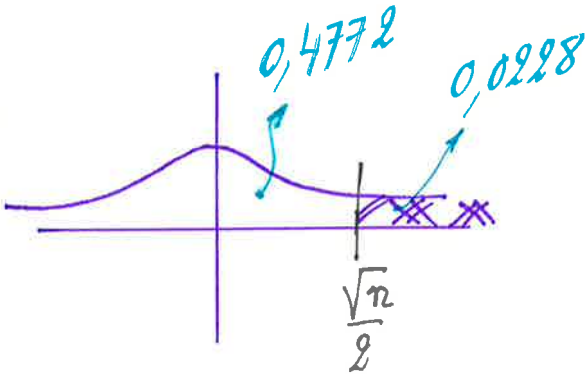
(b) [5 ptn] Hoe groot moet de steekproef zijn opdat er hoogstens 2,28% kans is dat de gemiddelde leveringstijd meer is dan 126 dagen?

$\bar{x} \sim N\left(108, \frac{36}{\sqrt{n}}\right)$

$P(\bar{x} \geq 126) \leq 2{,}28\% = 0{,}0228$

$P\left(z \geq \frac{126 - 108}{\frac{36}{\sqrt{n}}}\right) \leq 0{,}0228$

$\Leftrightarrow P\left(z \geq \frac{\sqrt{n}}{2}\right) \leq 0{,}0228$



$\varphi\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) \geq 0{,}4772$

$\frac{\sqrt{n}}{2} \geq 2 \quad \Leftrightarrow \quad n \geq 16 \qquad n > 0$